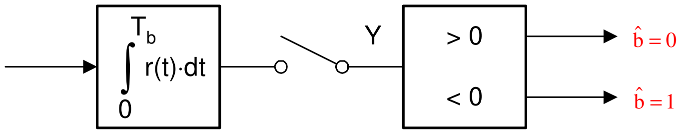
Beispiel

Zur Übertragung eines Bits wird während der Zeitdauer T_b entweder +A oder -A gesendet. Dieses Signal wird von gaussverteiltem Rauschen mit der Leistungsdichte $\eta/2$ gestört. Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass der Empfänger ein Bit falsch detektiert?

Das Sendesignal s(t) weist, abhängig vom übertragenen Bit b, die folgende Form auf

$$s(t) = \begin{cases} +A & \text{falls } b = 0 \\ -A & \text{falls } b = 1 \end{cases}.$$

In einem späteren Kapitel wird gezeigt werden, dass der optimale Empfänger das Empfangssignal während der Dauer T_b integrieren muss. Ist das Resultat grösser null, so entscheidet der Empfänger, dass +A gesendet wurde, im umgekehrten Fall wird angenommen, -A sei gesendet worden.



Figur 46: Aufbau des optimalen Empfängers

Da sich das Empfangssignal aus Sende- und Rauschsignal zusammensetzt und da Integrieren eine lineare Operation ist, gilt für die Entscheidungsvariable

$$Y = Y_s + Y_n,$$

wobei Y_s nur vom Sendesignal und damit vom gesendeten Bit abhängig ist und Y_n ein gaussverteilter Zufallswert ist, der vom Rauschen verursacht wird.

Um Y_s zu bestimmen, lassen wir das Rauschen vorläufig ausser Betracht. Der Wert am Ausgang des Integrators nach der Zeit T_b ist dann entweder $+A\cdot T_b$, wenn +A gesendet wurde oder $-A\cdot T_b$, wenn -A gesendet wurde. Es gilt demzufolge

$$Y_S = \begin{cases} +A\cdot T_b & \text{falls } b = 0 \\ -A\cdot T_b & \text{falls } b = 1 \end{cases}.$$

Aufgrund des Rauschens wird dieser Wert von einer gaussverteilten, mittelwertfreien Zufallsgrösse Y_n überlagert. Deren Standardabweichung ist von der Rauschleistungsdichte abhängig und beträgt $\sigma = \sqrt{T_b \cdot \eta/2}$.

Die Entscheidungsvariable Y ist die Summe einer vom gesendeten Bit abhängigen Konstanten Y_S und einer gaussverteilten Störgrösse Y_n. Sie ist aus diesem Grunde wiederum gaussverteilt, der Mittelwert hängt jedoch vom gesendeten Bit ab.