



**Figur 141:** Elliptische Kurve im Restklassenkörper GF(47)

Die Addition von Punkten wird genau gleich wie beim Rechnen im reellen Körper definiert.

**Addition von Punkten**

Gegeben sind zwei Punkte  $P = (x_P, y_P)$  und  $Q = (x_Q, y_Q)$  mit  $y_P \neq -y_Q$ . Die Summe  $S = P + Q = (x_S, y_S)$  wird dann nach folgenden Regeln bestimmt:

$$x_S = m^2 - x_P - x_Q$$

$$y_S = m \cdot (x_P - x_Q) - y_P$$

mit

$$m = \begin{cases} (y_Q - y_P) \cdot (x_Q - x_P)^{-1} & \text{falls } P \neq Q \\ (3x_P^2 + a_4) \cdot (2y_P)^{-1} & \text{falls } P = Q \end{cases}$$

Alle Berechnungen werden dabei im Restklassenkörper  $Z_p$  durchgeführt. Dies bedeutet insbesondere, dass bei allen Zwischenresultate nur der Rest bei Division durch  $p$  betrachtet werden muss.

**Beispiel**

Auf der elliptischen Kurve des vorherigen Beispiels befindet sich der Punkt  $(3, 16)$ . Es soll  $P + P = 2P$  berechnet werden.

In diesem Fall gilt  $P = Q$  und daher